

Legende zum Dokument:

(= Gl. 4.9/M1) ist die Gl. 4.9 aus dem Buch Mechatronik 1(M1)

(=Bild 4.12/M1) ist Bild 4.12 aus Mechatronik 1 (M1)

1.7 Messtechnische Eigenschaften von Sensoren und Messmitteln

Bisher wurden die Messabweichungen, die Messunsicherheiten sowie ihr Verhalten bei ihrer Fortpflanzung bei der Erfassung von einzelnen Messwerten beschrieben. Im Weiteren werden die physikalischen und messtechnischen Eigenschaften von Sensoren bei der Übertragung und Erfassung von Messsignalen beschrieben. Es wird unterschieden zwischen:

- statische Eigenschaften
- dynamische Eigenschaften

1.7.1 Statische Messabweichungen

Messtechnischen Eigenschaften von Sensoren die keine Funktion der Zeit sind, nennt man statische Eigenschaften. Sie werden mit Hilfe der Kalibrierung im Labor bestimmt.

1.7.1.1 Eichung und Kalibrierung

- Eichung

Die Eichung wird durch das Gesetz über das Mess- und Eichwesen, das Eichgesetz (EichG) geregelt. Unter Eichen versteht man das Prüfen von Aufnehmern, Sensoren oder Messgeräten auf ihre richtige Wiedergabe oder Anzeige von gesetzlich festgelegten Messgrößen, mit Hilfe von sog. Primärnormalen und das Anbringen von Eichmarken. Die Physikalische Technische Bundesanstalt (PTB) überwacht die Einheitlichkeit des gesetzlichen Messwesens. Sie legt hoheitlich die gültigen physikalisch technischen Einheiten fest und stellt sie über Primärnormale experimentell dar. Nur die PTB und die von den Landesregierungen bestimmte Behörden sind zur Ausführung von Eichungen berechtigt. Beim Kalibrieren besteht im Gegensatz zum Eichen kein gesetzlicher Hintergrund.

- Kalibrierung

Unter Kalibrieren versteht man die Feststellung des Zusammenhangs zwischen der Anzeige eines Messmittels und dem definierten Wert der eingeleiteten Messgröße. Die Kalibrierung ist also eine Messung, bei der bekannte Eingangswerte (Messgrößen) auf den Sensoreingang aufgebracht und die so erzeugten Sensorausgangswerte als Funktion $x_a = x_a(x_e)$ der Eingangswerte als Kalibrierkurve aufgezeichnet werden.

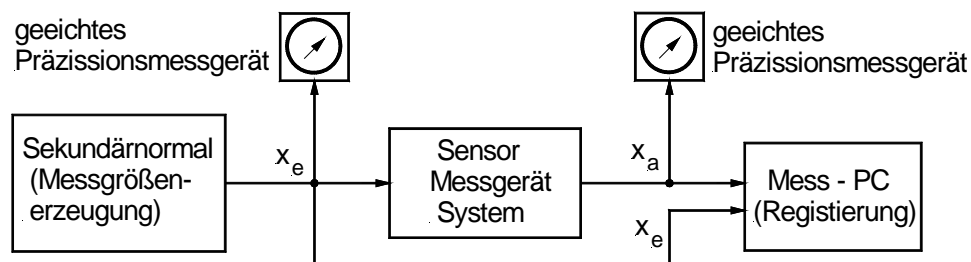


Bild 1.17

Die Kalibrierkurve wird zur Bestimmung der statischen Eigenschaften von Messmitteln wie Ansprechschwelle, Messempfindlichkeit, Nichtlinearität und Hysterese verwendet. Der Deutsche Kalibrierdienst (DKD) stellt den Anschluss der Mess- und Prüfeinrichtungen des industriellen Messwesens an die staatlichen Normalen sicher. Die Kalibrierstellen vom DKD prüfen im Auftrag Mess- und Prüfeinrichtungen und vergeben Zertifikate. Kalibrierstellen können Einrichtungen der Industrie oder öffentlichen und privaten Anstalten (TÜV, VDE, Materialprüfungsämter usw.) sein. Es sind auch nicht zertifizierte Kalibrierungen in Labors und Betrieben möglich, sie werden mit geeichten Sekundärnormalen durchgeführt. Damit ist es möglich die Gesamtmessabweichung einer Messkette vor ihrem praktischen Messeinsatz festzustellen und gegebenenfalls zu korrigieren.

Man kann grundsätzlich drei Kalibrier-Methoden unterscheiden:

- Externe Kalibrierung: Stationäre Messungen im Kalibrier- oder Messlabors.
- Interne Kalibrierung: Mobile Messung im Betrieb des Messsystems zur Funktionskontrolle.
- Theoretisch Kalibrierung: Mathematische „Fehler-Analyse“ und hat Nachteil, dass nicht immer alle Messabweichungen und Messunsicherheiten theoretisch bekannt sind.

1.7.1.2 Nichtreproduzierbarkeit und messtechnische Stabilität

- Nichtreproduzierbarkeit

Sie ist die auf den Messbereich MB bezogene maximale prozentuale Abweichung, der unter den gleichen Bedingungen wiederholt gemessenen Kalibrierkennlinien. Es gilt also:

$$\text{Gl. 1.53 (= Gl. 4.9/M1)}$$

Wobei $E(\max)$ die größte und $E(\min)$ die kleinste Steigung der Bezugsgeraden ist.

□ Stabilität

Sie ist die Eigenschaft eines Sensors seine technischen Daten über lange Zeiten beizubehalten.

1.7.1.3 Ansprechschwelle

Die Ansprechschwelle von Sensoren ist der kleinste Wert einer Messgröße, der am Sensorausgang einen messbaren Wert erzeugt.

1.7.1.4 Messempfindlichkeit

Die Messempfindlichkeit von Sensoren (Bild 1.18 = Bild 4.10/M1) ist die Änderung des Ausgangssignals Δx_a zur Änderung des Eingangssignals Δx_e .

$$\text{Gl. 1.54 (= Gl. 4.2/M1)}$$

1.7.1.5 Nichtlinearität

Die Nichtlinearität (früher Linearitätsfehler) ist die Abweichung der Kalibrierkennlinie von einer Ausgleichsgeraden. In der Praxis werden unterschiedliche Definitionen für die Ausgleichsgeraden verwendet:

□ Beste Gerade (Bild 1.19 = Bild 4.11/M1):

Sie wird so gelegt, dass die Summe der Quadrate der Abweichung von der Kennlinie ein Minimum wird. D.h. es wird eine Mittellinie von zwei parallelen Geraden bestimmt, die so beieinander liegen, dass alle Messpunkte zwischen ihnen liegen (Toleranzbandmethode).

□ Nichtlinearität mit Zwangsnullpunkt (Bild 1.20 = Bild 4.12/M1):

Eine Gerade wird so gelegt, dass sie durch den Anfangspunkt "a" der Kalibrierkennlinie geht und die Summe der Quadrate der Abweichung ein Minimum wird (Minimummethode).

□ Nichtlinearität mit Zwangsnull- und Zwangsendpunkt (Bild 1.17 = Bild 4.13/M1):

Die Gerade wird durch den Anfangspunkt "a" und den Endpunkt "e" gelegt (Festpunktmethode). Für die Minimum- und der Toleranzbandmethode, ergeben sich gegenüber der Festpunktmethode eine um den Faktor zwei kleinere Nichtlinearität. Aus Praxis wird die Festpunktmethode bevorzugt, da sich Anfangs - und Endpunkt der Bezugsgeraden messtechnisch einfach bestimmen lässt. Also:

$$\text{Gl. 1.55 (= Gl. 4.3/M1)}$$

Wobei m die Steigung der Bezugsgeraden ist, MB der Messbereich, x_e sind die Messwerte und x_a sind die vom Sensor generierten Ausgangswerte.

1.7.1.6 Hysterese

Eine Hysterese (Bild 1.21 = Bild 4.14/M1) entsteht fast immer bei Messmitteln (z. B. Sensoren) mit mechanischen Umsetzelementen, wobei die Kalibrierkennlinie von ihrem Nullpunkt bis zum Endpunkt des Messbereichs und zurück nicht deckungsgleich ist. Die Hysterese beschreibt also das zurückbleiben der Wirkung hinter ihrer Ursache. Der Hysterese H ist die auf den Messbereich MB bezogene prozentuale Abweichung zwischen Ausgangswert $x_a(\uparrow)$ der steigenden und Ausgangswert $x_a(\downarrow)$ der sinkenden Kalibrierkurve. Damit gilt:

$$\text{(Gl. 1:56 = Gl. 4.4/M1)}$$

In der Praxis ist Nichtlinearität NL und Hysterese H nicht eindeutig trennbar. Es daher sehr oft die Nichtlinearität - Hysterese NLH verwendet.

1.7.1.7 Thermische Nullpunktdrift

Die thermische Nullpunktdrift (Bild 1.22 = Bild 4.15/M1) ist die größte Verschiebung des Nullpunktes der Kalibrierkennlinie eines Messmittels (z. B. Sensors), wenn sie verschiedenen Umgebungstemperaturen ausgesetzt ist. Dabei müssen sich die Temperaturänderungen der Umgebung innerhalb eines, vom Hersteller angegebenen, Nenntemperaturbereiche bewegen. Die thermische Nullpunktdrift bewirkt eine parallele Verschiebung der gesamten Kalibrierkennlinie. Die thermische Nullpunktdrift NT ist die prozentuale Änderung des Nullpunktes bezogen auf den Messbereich MB, bei einer bestimmten Referenztemperatur T_R (z.B. 20 °C). Es gilt also:

$$\text{Gl. 1.57 (= Gl. 4.5/M1)}$$

wobei $x_a(T)$ die Ausgangsgröße bei der Umgebungstemperatur T ist und $x_a(T_R)$ die Ausgangsgröße bei Referenztemperatur T_R .

Zur praktischen Beurteilung der thermischen Nullpunktdrift ist der Temperaturkoeffizient des Nullpunktes TKN geeignet.

Gl. 158 (=Gl. 4.6/M1)

Wobei ΔNT die thermische Nullpunktdrift ist und ΔT die Temperaturänderung.

Bei Messung der thermischen Nullpunktdrift ist darauf zu achten, dass erst nach ausreichender Konstanz der Messtemperatur (thermische Beharrung) das Sensorausgangssignal erfasst wird. Die thermisch bedingte Abweichung des Sensorausgangswertes bei einem gegebenen Messgrößenwert und bekannter Temperaturänderungsgeschwindigkeit nennt man, im Unterschied zur thermischen Nullpunktdrift, den Temperaturgradientenfehler.

1.7.1.8 Thermische Empfindlichkeitsänderung

Die thermische Empfindlichkeitsänderung (Bild 1.23 = Bild 4.16/M1) ist die Steigungsänderung der Kalibrierkennlinie eines Messmittels (z. B. Sensors), wenn dieser verschiedenen Temperaturen ausgesetzt wird. Die Änderungen der Umgebungstemperaturen müssen sich innerhalb der, vom Hersteller vorgegebenen, Nennwerte bewegen. Die thermische Empfindlichkeitsänderung $\Delta E(T)$ lässt sich berechnen als die prozentuale Änderung der Empfindlichkeit (Steigungsänderung der Bezugsgeraden) $\Delta E(T)$ bei Messtemperatur T bezogen auf die Empfindlichkeit (Steigung der Bezugsgeraden) $E(T_R)$ bei der Referenztemperatur T_R (z.B. 20°C). Es gilt:

Gl. 1.59 (= Gl. 4.7/M1)

Für den Temperaturkoeffizienten der Empfindlichkeit TKE gilt:

Gl. 1.60 (= Gl. 4.8/M1)

mit der thermischen Empfindlichkeitsänderung $\Delta E(T)$ und der Temperaturänderung ΔT .

□ Anwendungsbeispiel (EMT SS 2000)

Mit dem unten dargestellten Messsystem soll für einen Verbrennungsmotor die mechanische Antriebsleistung gemessen werden. Die Leistung des Motors berechnet sich aus dem Produkt der Drehzahl n und dem Drehmoment M_t multipliziert mit dem Faktor $2 \cdot \pi$.

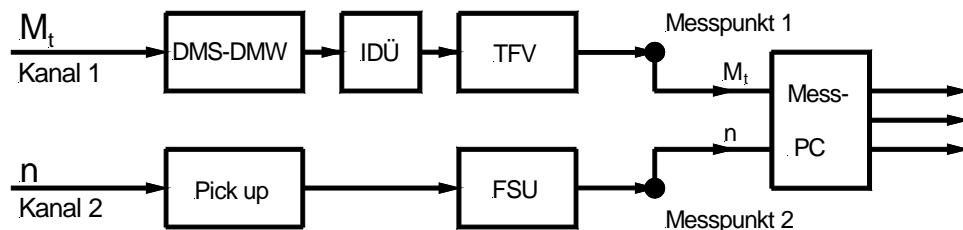


Bild 1.23

Drehmoment-Messkanal (K1): DMS-Drehmomentmesswelle (DMS-DMW), induktiven Drehübertrager (IDÜ), Trägerfrequenzverstärker (TFV).

Drehzahl-Messkanal (K2): Drehzahlsensor (Pick up), Frequenzspannungswandler (FSU).

Die Messsignale von K1 u. K2 werden in einem Mess- PC ausgewertet (Softwaremultiplikation), gespeichert und für die Messwertausgabe aufbereitet.

Der Betriebstemperatur für die Messanlage liegt zw. $+10^\circ\text{C}$ und $+40^\circ\text{C}$. Die Langzeitdriften der Einzelgeräte und Sensoren, sowie die Rechengenauigkeit des Mess- PCs ist in der Fehlerrechnung vernachlässigbar. Die technischen Daten sind in nachfolgender Tabelle 1.4 dokumentiert.

Drehzahlmesskanal		Tabelle 1.4
Drehzahlsensor (Pick up)	: TKN $\leq \pm 0,020\%/K$	
Frequenzspannungsumsetzer (FSU)	: NLH $\leq \pm 0,100\%$ v. MB	
Drehmomentmesskanal		
DMS-Drehmomentmesswelle (DMW)	: NLH $\leq \pm 0,100\%$ v. MB	
	: TKN $\leq \pm 0,005\%/K$	
	: TKE $\leq \pm 0,010\%/K$	
Induktiver Drehübertrager (IDÜ)	: TKN $\leq \pm 0,005\%/K$	
	: TKE $\leq \pm 0,015\%/K$	
Trägerfrequenzverstärker (TFV)	: NLH $\leq \pm 0,100\%$ v. MB	
	: TKN $\leq \pm 0,001\%/K$	
	: TKE $\leq \pm 0,001\%/K$	

- a) Berechnen Sie die relative wahrscheinliche Messabweichung des Drehmoments.
- b) Berechnen Sie die relative wahrscheinliche Messabweichung der Drehzahl.
- c) Berechnen die relative wahrscheinliche Messunsicherheit bei halber Motorenleistung.

Lösungen

- a) Drehmomentmesskanal

Einzel-Messabweichungen für $\Delta T=30K$

$$f_{DMW} = \pm \sqrt{NLH_{DMW}^2 + (TKN_{DMW} \cdot \Delta T)^2 + (TKE_{DMH} \cdot \Delta T)^2} = \dots = \pm 0,350\% \quad (\text{Gl. 1.67})$$

$$f_{ID\ddot{U}} = \pm \sqrt{(TKN_{ID\ddot{U}} \cdot \Delta T)^2 + (TKE_{ID\ddot{U}} \cdot \Delta T)^2} = \dots = \pm 0,474\% \quad (\text{Gl. 1.68})$$

$$f_{TFV} = \pm \sqrt{NLH_{TFV}^2 + (TKN_{TFV} \cdot \Delta T)^2 + (TKE_{TFV} \cdot \Delta T)^2} = \dots = \pm 0,109\% \quad (\text{Gl. 1.69})$$

Drehmoment-Messabweichung

$$f_{M_t} = \pm \sqrt{f_{DMW}^2 + f_{ID\ddot{U}}^2 + f_{TFV}^2} = \dots = \pm 0,600\% \quad (\text{Gl. 1.70})$$

- b) Drehzahlmesskanal:

Einzel-Messabweichungen für $\Delta T=30K$

$$f_{Pick-up} = \pm \sqrt{(TKN_{ID\ddot{U}} \cdot \Delta T)^2} = \pm 0,02 \frac{\%}{K} \cdot 30K = \pm 0,6\% \quad (\text{Gl. 1.71})$$

$$f_{FSU} = \pm \sqrt{NLH_{FSU}^2 + (TKN_{FSU} \cdot \Delta T)^2} = \dots = \pm 0,316\% \quad (\text{Gl. 1.72})$$

Drehzahl-Messabweichung

$$f_n = \pm \sqrt{f_{Pick-up}^2 + f_{FSU}^2} = \pm \sqrt{(0,6\%)^2 + (0,316\%)^2} = \pm 0,678\% \quad (\text{Gl. 1.73})$$

- c) Messunsicherheit der Motorleistung P_{Mot} .

Es gilt:

$$\frac{G_{P_{Mot}}}{P_{Mot}} = \pm \sqrt{\left(\frac{G'_{M_t}}{M_t} \cdot 100\%\right)^2 + \left(\frac{G'_n}{n} \cdot 100\%\right)^2} \quad (\text{Gl. 1.74})$$

mit

$$G'_{M_t} = \frac{f_{M_t} \cdot MB_{M_t}}{100\%}, \quad G'_n = \frac{f_n \cdot MB_n}{100\%} \quad \text{und} \quad M_t = \frac{MB_{M_t}}{2}, \quad n = \frac{MB_n}{2} \quad (\text{Gl. 1.75})$$

(Gl. 1.75) in (Gl. 1.74)

$$\frac{G_{P_{Mot}}}{P_{Mot}} = \pm \sqrt{(2 \cdot f_{M_t})^2 + (2 \cdot f_n)^2} = \dots = \pm 0,181\% \quad (\text{Gl. 1.76})$$

1.7.2 Dynamische Messabweichungen

Messtechnische Eigenschaften von Sensoren die von der Zeit abhängig sind heißen dynamische Eigenschaften. Das Ausgangssignal $x_a(t)$ eines Sensors kann einer schnellen Änderung eines Eingangssignals $x_e(t)$ im allg. nicht fehlerfrei folgen, da es Reibungs- und Dämpfungsverluste gibt, Massen beschleunigt oder gebremst und elektrische Ladungen zu oder abgeführt werden, und elektrische Energiespeicher geladen oder entladen werden.

Der Sensor ist das praktisch immer das dynamisch schwächste Glied im Messsystem, d.h. er verursacht im allg. die größten Messabweichungen. Die mechanischen Kopplungen zwischen Messobjekt und Sensor verschlechtern die Dynamik weiter.

Mathematisch kann das Zeitverhalten von Messmitteln (z. B. Sensoren) durch eine gewöhnliche lineare Differentialgleichung 2-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschrieben werden.

Gl. 1.77 (= Gl. 4.10/M1)

Aus der Struktur der Differentialgleichung erkennt man, dass sie neben den dynamischen Termen (erste und zweite Ableitung nach der Zeit) auch einen statischen Term (unabhängig von der Zeit) enthält. Für statische oder auch quasistatische Vorgänge und für stationäre Zustände gehen die Zeitableitungen in der Differentialgleichung (Dgl.) gegen Null. Damit erhält man aus (Gl. 1.77) die statische Messempfindlichkeit:

Gl. 1.78 (= Gl. 4.11/M1)

Folgerung:

Für zeitlich sehr langsame Zustandsänderungen oder für stationäre (eingeschwungene) Zustände sind die dynamischen Eigenschaften der Messmittel (z.B. Sensoren) praktisch vernachlässigbar. Die Dgl. (Gl. 1.77) lässt sich mathematisch mit Hilfe von sog. „Testfunktionen“ (z. B. Sprungfunktion, Impulsfunktion, Sinusfunktion, usw.) lösen. Testfunktionen sollen auch immer, zur messtechnisch Überprüfung der dynamischen Eigenschaften von Messmitteln, experimentell erzeugbar sein.

Man unterscheidet 3 dynamische Ordnungen:

□ Sensoren 0-te Ordnung

Sie haben keine physikalischen Energiespeicher (z.B. keine mechanische Massen oder elektrische Kapazitäten usw.) und sind mathematische beschrieben durch Gleichungen ohne Zeitableitungen.

□ Sensoren 1-te Ordnung

Sie haben einen physikalischen Energiespeicher (z.B. mechanische Masse, elektrische Kapazität oder Induktivität, Wärmekapazität usw.) und sind mathematische durch lineare Dgl. 1-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschreibbar.

□ Sensoren 2-te Ordnung

Sie haben zwei physikalische Energiespeicher (z.B. Masse - Feder, Induktivität - Kapazität usw.) und sind mathematische durch lineare Dgl. 2-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschreibbar.

1.7.2.2 Sprungfunktion

Auf einen Sensor wirkt eine Sprungfunktion, am Sensorausgang wird eine Sprungantwort gemessen und ausgewertet.

Gl. 1.79 (=Gl. 4.12/M1)

Da sich Sprungfunktionen experimentell leicht erzeugen lassen, sind sie in der industriellen Praxis von besonderer Bedeutung. Sie lassen sich mit ausreichender Genauigkeit durch eine sehr schnelle Änderung der Umgebungstemperatur (thermischer Schock), durch einschalten von elektrischen Spannungen (erzeugt auch elektrische Felder), durch einschalten von elektrischen Strömen (erzeugt auch Magnetfelder), durch trennen gespannter Metall-Drähte, durch bersten von Membranen usw. erzeugen. Bei der experimentellen Erzeugung der Sprungfunktionen muss immer darauf geachtet werden, dass die Testdauer wesentlich kürzer ist als die Reaktionszeit des Sensors.

□ Sensoren 0-ter Ordnung

Ohmsche Gleichspannungsteiler repräsentieren das Verhalten 0-ter Ordnung am besten. Schnelle Fotozellen mit Anstiegszeiten von $< 0,5\text{ns}$ kommen einem Verhalten der 0-ten Ordnung sehr nahe.

Mathematische Betrachtung:

In der (Gl. 1.77) wird die Sprungfunktion eingesetzt ($t \rightarrow \infty$). Es gilt:

Gl. 1.80 (=Gl. 4.13/M1)

Der Zusammenhang zwischen Eingangssignal $w(t)$ und Ausgangssignal $x_{a_w}(t)$ ist linear.

Experimentelle Beschreibung:

Der Sensor wird mit der Sprungfunktion beaufschlagt und die Sprungantwort wird mit einem Digital - Oszilloskop oder Rechner erfasst und ausgewertet. Der gemessene Funktionsverlauf der Sprungantwort entspricht dem berechneten, d.h. die Sprungantwort ist streng proportional zur Sprungfunktion, sie ist nicht phasenverschoben und in der Amplitude nur etwas kleiner, was jedoch durch Kalibrierung ausgeglichen werden kann.

□ Sensoren der 1-ten Ordnung

Temperatursensoren, optische Sensoren, Magnetfeldsensoren, piezoelektrische Sensoren, induktive Sensoren (mit kleiner Eigenkapazität), kapazitive Sensoren (mit kleiner Eigeninduktivität), sind näherungsweise alles Sensoren mit 2 Energiespeichern bei entsprechender Dämpfung.

Mathematische Betrachtung

Der Elementarsensor (z.B. ein Thermoelement) enthält nur einen Energiespeicher (z.B. seine Wärmekapazität), er lässt sich durch eine lineare Dgl. 1-ter Ordnung beschreiben.

Gl. 1.81 (=Gl. 4.14/M1)

Die vollständige Lösung der (Gl. 1.80) lautet für $t \geq 0$:

Gl. 1.82 (=Gl. 4.15/M1)

wobei T_1 die Zeitkonstante und $k \cdot k_w$ der statische Übertragungsfaktor ist.

In Bild 1.25(=Bild 4.18/M1) sind die Zeitkonstante T_1 und die Einschwingzeit T_E dargestellt. Nach der Zeit $t = T_1$ hat die Ausgangsfunktion $x_{a_w}(t)$ etwa 63% des Endwertes x_{e_0} erreicht. Nach der Zeit $t = 3 \cdot T_1 = T_E$ sind 95% des Endwertes erreicht, d.h. der Restfehler beträgt noch 5%.

Beispiel:

Ein Mantelthermoelement hat eine thermische Zeitkonstante von $T_1 = 1s$. Seine Messspitze war der Umgebungstemperatur ausgesetzt, plötzlich taucht sie in ein heißes Medium. Die Temperatur ändert sich sprunghaft. Das Mantelthermoelement zeigt die neue Temperatur erst nach einiger Zeit an. Der Ausgleich der Temperatur im Mantelthermoelement verläuft exponentiell. Wenn die Abweichung nicht $> 5\%$ vom Signalendwert sein soll kann die Messwerterfassung erst nach der thermischen Einstellzeit von $T_E = 3 \cdot T_1 = 3 \cdot 1s = 3s$ erfolgen.

□ Sensoren der 2-ten Ordnung

Piezoelektrische Beschleunigungssensoren, elektrodynamische Schwingungssensoren, mechanische DMS-Kraftsensoren (mit Biegebalken), kapazitive Drucksensoren (mit weichen Druckmembranen), induktive Sensoren (in elektrischen Schwingkreisen) und thermoresistive Sensoren.

Mathematische Betrachtungen:

Ein Beschleunigungssensor mit Flüssigkeitsdämpfung besitzt 2 Energiespeicher (seismische Masse und Federkörper). Das dynamische Verhalten des Sensors kann mit einer linearen Dgl. 2-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschrieben werden.

Mit $T_2^2 = T^2$ und $T_1 = 2 \cdot D \cdot T$ und der Sprungfunktion Gl.1.78 erhält man:

Gl. 1.83 (=Gl. 4.16/M1)

wobei D das Dämpfungsmaß, T_1 die Zeitkonstante und k der Übertragungsfaktor ist. Die Dämpfung soll geschwindigkeitsproportional sein. Physikalisch lässt sich diese Dämpfung bei langsamer Bewegung in Gasen, bei Reibung in viskosen Flüssigkeiten und mit Wirbelströmen realisieren. Die Dämpfung bestimmt das dynamische Verhalten des Sensors. Die vollständige Lösung der Dgl. lautet für $t \neq 0$ und $0 \leq D \leq 1$:

Gl. 1.84 (= Gl. 4.17/M1)

Bild 4.17 zeigt die Eingangsfunktion (Sprungfunktion) $w(t)$ und die Antwortfunktion (Sprungantwort) $x_{a_w}(t)$. Diese Sensoren haben immer 2 Energiespeicher (z.B. Feder - Masse oder Kondensator - Spule usw.). Wird der Sensor mit einer Sprungfunktion beaufschlagt kommt es zu einem Energieaustausch in Form einer gedämpften Schwingung. Diesen Vorgang nennt man Einschwingvorgang Bild 1.25 (Bild 4.17/M1). Die Amplitude des Überschingers hängt von der Dämpfung ab. Bild 1.24 zeigt, dass das Dämpfungsmaß D in drei Bereiche einteilbar ist:

- $D = 0$ periodisch ungedämpfte Schwingungen
- $0 < D < 1$ gedämpfte Schwingungen
- $D = 1$ aperiodische Schwingungen

Das Dämpfungsmaß ist in fast allen Fällen, wie gefordert, geschwindigkeitsproportional. Das gilt z.B. für langsame Bewegung in Gasen, Reibung in viskosen Flüssigkeiten, Wirbelstromdämpfung. Der stationäre Endwert des Ausgangssignals ist eine parallele zur Zeitachse Bild 1.26 (=Bild 4.20). Er wird durch 2 symmetrische Parallelen so eingeschlossen, dass ein Einschwingtoleranzband B entsteht. Durch den Wendepunkt WP der Sprungantwort kann die Wendetangente W gelegt werden. Das Einschwingtoleranzband B wird durch die obere und untere Grenze festgelegt, welche die größte und kleinste noch zulässige Abweichung der Sprungantwort von ihrem stationären Endwert (z.B. $\pm 5\%$) darstellt.

Die Überschwingamplitude x_{a_v} gibt die maximale Amplitude der Sprungantwort, zwischen

Überschwinger und stationärem Endwert an. Die Periodendauer T_P ist definiert durch den zeitlichen

Abstand zweier Maxima oder Minima der Überschwinger. Die Ausgleichszeit T_A ist definiert durch den Schnittpunkt der Wendetangente W mit der Zeitachse und dem Schnittpunkt mit der stationären Endwertes der Sprungantwort. Die Einschwingzeit T_E ist festgelegt durch den Zeitpunkt $t=0$ und der letztmaligen Überschreitung des Einschwingtoleranzbandes B . Systeme 2-ter Ordnung sind so ausgelegt, dass das Dämpfungsmaß $D=0,7$ beträgt. Bei diesem Wert beträgt der Amplitudenfehler etwa 4,5%. Die Einschwingzeit T_E beträgt ungefähr 0,7ms, d.h. nach 0,7ms hat die Sprungantwort 95,5% ihres Endwertes erreicht (Restfehler 4,5%). Ein Kriterium für die Güte des Sensors ist das Verhältnis Einschwingzeit T_E zu Periodendauer T_P der ungedämpften Schwingung und hat für einen Dämpfungsmaß von $D=0,7$ bis 0,8 seinen kleinsten Wert, d.h. T_E hat für dieses Dämpfungsmaß ihr Minimum. Das Dämpfungsmaß ist eine temperaturabhängige physikalische Größe. Bei Auslegung eines Sensors auf die vom Anwender geforderte Einstellzeit T_E muss das Temperaturverhalten des Dämpfungsmittels immer berücksichtigt werden. Eine Öldämpfung hat einen thermischen Koeffizienten von etwa 1,5%/K und eine Wirbelstromdämpfung von etwa 0,4 %/K.

Tabelle 1.5 (=Tabelle 4.2/M1)

Der Dämpfungsmaß D lässt sich mit Hilfe der nachfolgenden Gleichung berechnen.

$$\text{Gl. 1.85 (= Gl. 4.18/M1)}$$

die Gleichungsgrößen sind Bild 1.26 entnehmbar.

Der Relation zwischen Resonanzfrequenz f_0 (bei $D=0$) und Einschwingzeit f_E (bei $D>0$) lautet:

$$\text{Gl. 1.86 (= Gl. 4.19/M1)}$$

1.7.2.3 Impulsfunktion

Die experimentelle Realisierbarkeit der Messung der physikalischen Zustandsgröße und das physikalische Wirkungsprinzip des Sensors bestimmen ob eine Sprungfunktion $w(t)$ oder eine Impulsfunktion $\delta(t)$ als Testfunktion verwendet wird. Impulsfunktion eignen sich besonders zur Bestimmung von dynamischen Kennwerte für Sensoren mit sog. statischen Mittellagen. Sie sind auch oft technisch einfacher erzeugbar als Sprungfunktionen. Für die Impulsfunktion $\delta(t)$ gilt:

$$\text{Gl. 1.87 (= Gl. 1.36/ST)}$$

Die Impulsfunktion wird auch Dirac- Stoß genannt und geht mathematisch aus der Sprungfunktion durch Differenzierung nach der Zeit hervor. Es gilt also:

$$\delta(t) \equiv \frac{dw(t)}{dt} \quad \text{(Gl. 1.88)}$$

Die Impulsantwort $x_{a,\delta}(t)$ ist der Zeitverlauf der Ausgangsgröße eines mit einer Impulsfunktion $\delta(t)$ beaufschlagten Sensors. Mathematisch sehr elegant gewinnt man die Impulsantwort durch differenzieren der Sprungantwort nach der Zeit. Es gilt also:

$$x_{a,\delta}(t) = \frac{d}{dt} x_{aw}(t) \quad \text{(Gl.1.89)}$$

Erzeugung der Impulsfunktion:

mechanisches Anschlagen, herunterfallende Kugeln, elektrischen Spannungsimpulsen, elektrischen Stromimpulsen, pneumatischen Stößen, hydraulischen Stößen, Lichtblitzen, usw. Bei experimentell erzeugten Impulsfunktionen muss darauf geachtet werden, dass die Impulsdauer so kurz ist, dass der Sensor während der Impulsdauer noch kein messbares Ausgangssignal generiert.

□ Sensoren 1-ter Ordnung

In diese Ordnung gehören Temperatursensoren, optische Sensoren, piezoelektrische Sensoren, Magnetfeldsensoren, rein induktive Sensoren, rein kapazitive Sensoren und näherungsweise alle diejenigen Sensoren die mit zwei Energiespeicherspeichern entsprechend gedämpft sind.

Mathematische Betrachtung

Die Impulsfunktion $\delta(t)$ erhält man durch differenzieren der Sprungfunktion $w(t)$. Es gilt also:

$$x_{a,\delta}(t) = \frac{d}{dt} \left\{ k \cdot k_w \cdot x_{e_0} \cdot \left[1 - \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \right] \right\} = \frac{k_1 \cdot x_{e_0}}{T_1} \cdot \exp\left(-\frac{t}{T_1}\right) \quad \text{(Gl. 1.90)}$$

Mit $k_1 = k \cdot k_w$ als statischer Übertragungsfaktor und T_1 als Zeitkonstante.

In Bild 1.27 (= Bild 1.30/ST) ist die Impulsfunktion $\delta(t)$ und die Impulsantwort $x_{a,\delta}(t)$ für einen Sensor 1-ter Ordnung dargestellt. Die Zeitkonstante T_1 ist festgelegt durch die Zeit zwischen dem Zeitpunkt $t = 0$ und dem Schnittpunkt der Tangente, ausgehend vom Maximum der Funktion, mit

der Zeitachse t (Bild 1.27). Die Zeitkonstante T_1 ist die Zeit nach der das Sensorausgangssignal auf 36,78% des Sensoreingangssignals abgeklungen. Nach der Zeit $t = 4T_1$ ist die Amplitude des Sensorausgangssignals auf 2% vom Signalanfangswert gefallen.

Beispiel

Auf die Messstelle z. B. eines Kraftsensors mit DMS, fällt aus einer definierten Höhe eine Stahlkugel. Sie trifft auf die Messstelle und springt von dieser sofort wieder hoch. Die so experimentell erzeugte Impulsfunktion ist eine gute Näherung für die theoretische Impulsfunktion. Die Erfassung des Sensorausgangssignals muss spätestens nach der Zeit $t = 0,01 T_1$ erfolgen, damit die Amplitudenmessabweichung nicht größer als 1% ist. Außerdem darf der nächste Messwert frühestens nach der Zeit $t = 5 T_1$ erfasst werden, damit der Nullpunktlage des nachfolgenden Messsignals nicht größer als 1% wird.

□ Sensoren 2-ter Ordnung

In diese Ordnung gehören z.B. elektrodynamische Schwingungssensoren und Drehwinkelsensoren, piezoelektrische Beschleunigungssensoren oder Temperatursensoren mit thermisch sehr trägen Sensorelementen, um nur einige zu nennen. Sie haben alle zwei Energiespeicher, zwischen denen die Signalenergie des Sensoreingangssignals durch Schwingungsvorgänge ausgleichen wird.

Mathematische Betrachtungen:

Die Impulsantwort $x_{a\delta}(t)$ für Sensoren 2-ter Ordnung erhält man wieder durch differenzieren der Sprungantwort Gl. 1.84 nach der Zeit. Für $0 \leq D \leq 1$ gilt:

$$x_{a\delta}(t) = \frac{d}{dt} x_{aw}(t) = \dots = \frac{k_1 \cdot x_{e0}}{\sqrt{1-D^2}} \cdot \exp\left(-\frac{D}{T} \cdot t\right) \cdot \sin\left(\frac{\sqrt{1-D^2}}{T} \cdot t\right) \quad (\text{Gl. 1.91})$$

Mit $k_1 = k \cdot k_w$ als statische Übertragungsfaktor, T_1 als Zeitkonstante und D als Dämpfungsmaß.

In Bild 1.28 (= Bild 1.31/ST) ist z.B. für einen Sensor die Eingangsfunktion (Impulsfunktion) $\delta(t)$ und seine Ausgangsfunktion (Impulsantwort) $x_{a\delta}(t)$ dargestellt.

Experimentelle Betrachtung

Bei der Anregung eines Sensors mit einer Impulsfunktion kommt es zum verlustbehafteten Energieaustausch zwischen den 2 Energiespeichern in Form eines Schwingungsvorganges. Die Höhe der Amplituden der Überschwinger und die zeitliche Abnahme der Amplitude hängt wieder vom Dämpfungsfaktor D ab. Es gibt wieder 3 Dämpfungsbereiche:

- $D = 0$, periodisch ungedämpfte Schwingungen
- $0 < D < 1$, gedämpfte Schwingungen
- $D = 1$, aperiodische Schwingungen

Für die physikalischen Eigenschaften des Dämpfungsmaßes D gilt das unter dem Abschnitt 1.5.2.3 schon gesagte. Aus der Impulsantwort lassen sich wie aus der Sprungantwort die Einschwingzeit T_E , die Einschwingfrequenz f_E und die Eigenfrequenz f_0 des Sensors 2-ter Ordnung bestimmen.

1.7.2.4 Sinusfunktion

Bisher wurden die dynamischen Eigenschaften von Sensoren durch ihre Kenngrößen im Zeitbereich mit der Sprungfunktion und der Impulsfunktion beschrieben. Jedes dynamische Sensorsignal hat neben Kenngrößen im Zeitbereich auch solche im Frequenzbereich. Jedes Signal hat auch ein charakteristisches Frequenzspektrum. Mit der sog. Fourieranalyse sind periodische Signale in ihre spektralen Komponenten zerlegbar. Man erhält so Aussagen mit welchen Amplituden die einzelnen Schwingungen am zeitlichen Verlauf von dynamischen Signalen beteiligt sind.

Bild 1.29 zeigt die sinusförmigen Testfunktion $x_e(t)$ und das Ausgangssignals $x_a(t)$ bei gleicher Frequenz mit Amplituden- und Phasenlage.

Bild 1.29

Für die sinusförmige Testfunktion als Eingangssignal $x_e(t)$ gilt:

$$\text{Gl. 1.92 (= Gl. 4.20/M1)}$$

Mit der konstanten Frequenz ω und der Amplitude \hat{X}_e .

Bild 1.29

Für das Ausgangssignal $x_a(t)$ gilt:

Gl. 1.93 (= Gl. 4.21/M1)

Im stationären Zustand des Sensors ist die Signalamplitude und die Signalphase im unabhängig von der Frequenz, d.h. nicht alle spektralen Komponenten (Frequenzen) werden amplitudentreu und phasentreu übertragen. Dies führt zu dynamischen Messabweichungen Amplitude und Form des Zeitverlaufes des Ausgangssignals $x_a(t)$. Erregt man Sensoren nacheinander mit sinusförmigen Eingangssignalen verschiedener Frequenz und gleicher Amplitude, kann man ihr dynamisches Abbildungsverhalten, in den messtechnisch wichtigen Frequenzbereichen testen. Zur Beschreibung der dynamischen Eigenschaften von Sensoren im Frequenzbereich bildet man aus dem Verhältnis von Ausgangsgröße (Gl. 1.93) zur Eingangsgröße (Gl. 1.92) den komplexen Frequenzgang $\underline{F}(j\omega)$:

Gl. 1.94 (= Gl. 4.22/M1)

Für die arithmetische Form des komplexen Frequenzganges gilt (siehe Mechatronik 1, Kapitel 1):

Gl. 1.95 (= Gl. 4.23/M1)

Der komplexe Frequenzgang lässt sich in Amplitudengang $A(\omega)$ und Phasengang $\varphi(\omega)$ zerlegen.

Für den „reellen“ Amplitudengang gilt:

Gl. 1.96 (= Gl. 4.24/M1)

Für den „reellen“ Phasengang gilt:

Gl. 1.97 (= Gl. 4.25/M1)

Die gemeinsame komplexe Darstellung des Amplituden- und Phasenganges in einem Diagramm heißt Ortskurve. Die „reelle“ Darstellung in zwei Diagrammen heißt Bode-Diagramm.

□ Sensoren 0-ter Ordnung

Aus der Lösung der Dgl.(Gl. 1.77) erhält man für den statischen Fall (zeitliche Ableitungen Null):

Gl. 1.98 (= 4.26a/M1)

Für den komplexen Frequenzgang erhält man mit Gl. 1.94:

Gl. 1.99 (= Gl. 4.26b/M1)

Für den Amplitudengang erhält man mit Gl. 1.96 und Gl. 1.98:

Gl. 1.100 (= Gl. 4.27/M1)

Für den Phasengang erhält man mit Gl. 1.97 und Gl. 1.99:

Gl. 1.101 (= Gl. 4.28/M1)

Bild 1.30 (= Bild 4.22/M1) zeigt den Amplituden- und Phasengang für Sensoren 0-ter Ordnung.

Experimentelle Betrachtung

Da in der Dgl. alle frequenzabhängigen Terme Null sind, besteht keine Abhängigkeit des Amplituden- und Phasenganges von der Frequenz. Eine dynamische Messabweichung in der Messsignalabbildung existiert also nicht. Zwischen der Eingangs- und Ausgangsfunktion besteht damit ein linearer proportionaler Zusammenhang, d.h. der zeitliche Verlauf der Eingangsfunktion wird amplitudentreu und phasentreu durch den Sensor wiedergegeben. Der Koeffizient k heißt Proportionalitätsfaktor.

□ Sensoren 1-ter Ordnung

Das dynamische Verhalten der Sensoren 1-ter Ordnung (Einspeichersysteme) lässt sich durch eine lineare Dgl. 1-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschreiben.

Gl. 1.102 (= Gl. 4.29/M1)

und für den komplexen Frequenzgang gilt mit Gl. 1.94 und Gl. 1.102:

Gl. 1.103 (= Gl. 4.30/M1)

Für den „reellen“ Amplitudengang gilt mit Gl. 1.96 und Gl. 1.103:

Gl. 1.104a (Gl. 4.31/M1)

Für den „reellen“ Phasengang gilt mit Gl. 1.97 und Gl. 1.103:

Gl. 1.104b (= Gl. 4.32/M1)

Bild 1.31 (= Bild 4.23/M1) zeigt den Amplituden- und Phasengang für Sensoren 1-ter Ordnung. Der Amplitudengang folgt für kleine Frequenzen angenähert einer horizontalen Geraden und bei großen Frequenzen einer geneigten Geraden. Sie schneiden sich im Punkt, der Grenzfrequenz $\omega = \omega_g = 1/T_1$. Bei dieser ist der Amplitudengang auf den Wert 0,707 abgefallen. Die Messabweichung der Amplitude beträgt bei der Grenzfrequenz fast 30% vom Messwert. Der Phasengang verläuft von 0 bis $-\pi/2$. Bei der Grenzfrequenz hat der Phasengang den Wert $-\pi/4$, d.h. das Ausgangssignal ist zum Eingangssignal um 90° phasenverschoben.

Experimentelle Betrachtung

Zur Bestimmung des Frequenzganges werden Sensoren mit Sinussignalen mit verschiedenen Frequenzen beaufschlagt. Die Ausgangssignale sind, nach Abklingen des Einschwingvorganges, ebenfalls sinusförmig mit gleichen Frequenzen aber unterschiedlichen Amplituden und mit Phasenverschiebungen. Zur Erzeugung verwendet man im elektrischen Fall einen Sinusgenerator mit einstellbaren Frequenzen. Damit lassen sich einfach elektrophysikalische Sensoren und elektrische Komponenten und testen. Zur Erzeugung mechanisch Sinussignale verwendet man Rütteltisch oder Hydropulser. Damit sind Beschleunigungssensoren und Schwingungssensoren sehr gut testbar. Elektronische Geräte zur Aufzeichnung von elektrischen Sensorsignalen sind Digital - Oszilloskope, Transientenrekorder, elektrische Schreiber oder rechnergestützte Messsysteme. Aus dem Amplitudengang (Bild 1.31) erkennt man, dass das Amplitudenverhältnis mit größer werdender Frequenz abnimmt. Es ist daher zweckmäßig die Grenzfrequenz f_g des Sensors anzugeben. Sie gibt an in welchem Frequenzbereich der Sensor eingesetzt werden kann. Um die Messabweichungen, bei ausreichender Bandbreite klein zu halten sollte die Grenzfrequenz um den Faktor zehn größer sein als die höchste noch zu übertragende Frequenzkomponente des Messsignals.

□ Sensoren 2-ter Ordnung

Das dynamische Verhalten von Sensoren 2-ter Ordnung (Zweispelchersysteme) lässt sich durch eine lineare Dgl. 2-ter Ordnung mit konstanten Koeffizienten beschreiben.

$$\text{Gl. 1.105 (= Gl. 4.33/M1)}$$

wobei T_1 die Zeitkonstant und D das Dämpfungsmaß des Sensors ist. Mit Hilfe der komplexen Funktionaltransformation erhält man dann aus Gl. 1.105:

$$\text{Gl. 1.106 (= Gl. 4.34/M1)}$$

Für den komplexen Frequenzgang gilt mit Gl. 1.94 und Gl. 1.106:

$$\text{Gl. 1.107 (= Gl. 4.35/M1)}$$

Für den „reellen“ Amplitudengang gilt mit Gl. 1.96 und Gl. 1.107:

$$\text{Gl. 1.108 (= Gl. 4.36/M1)}$$

Für den „reellen“ Phasengang erhält man mit Gl. 1.97 und Gl. 1.108:

$$\text{Gl. 1.109 (= Gl. 4.37/M1)}$$

Bild 1.32 (= Bild 4.24/M1) zeigt den Amplituden- und Phasengang für Sensoren 2-ter Ordnung.

Aus dem Amplitudengange ist zu ersehen, dass das Dämpfungsmaß D einen großen Einfluss auf die dynamischen Messabweichungen der Sensoren hat. Je größer der Dämpfungsmaß D umso kleiner wird das Ausgangssignal des Sensors im Verhältnis zum Eingangssignal. Aus dem Amplitudengang ist zu erkennen, dass für das Dämpfungsmaß $D = 0,7$ der größte nutzbare Frequenzbereich erreicht wird. Für Frequenzen $\omega < 0,4\omega_g$ ist die Amplitude des Ausgangssignals etwa so groß wie die Eingangsamplitude. Der Phasengang bzw. die Signallaufzeit nimmt mit zunehmender Frequenz und Dämpfung zu. Für $D < 0,1$ sind die Signallaufzeiten näherungsweise vernachlässigbar. Für $D = 0,7$ ist die Signallaufzeit praktisch proportional zur Messsignalfrequenz.

Experimentelle Betrachtung

Ein piezoelektrischer Beschleunigungssensor wird mit einem sinusförmigen Testsignal eines elektromechanischen Schwingtisches mit verschiedenen Frequenzen angesteuert.

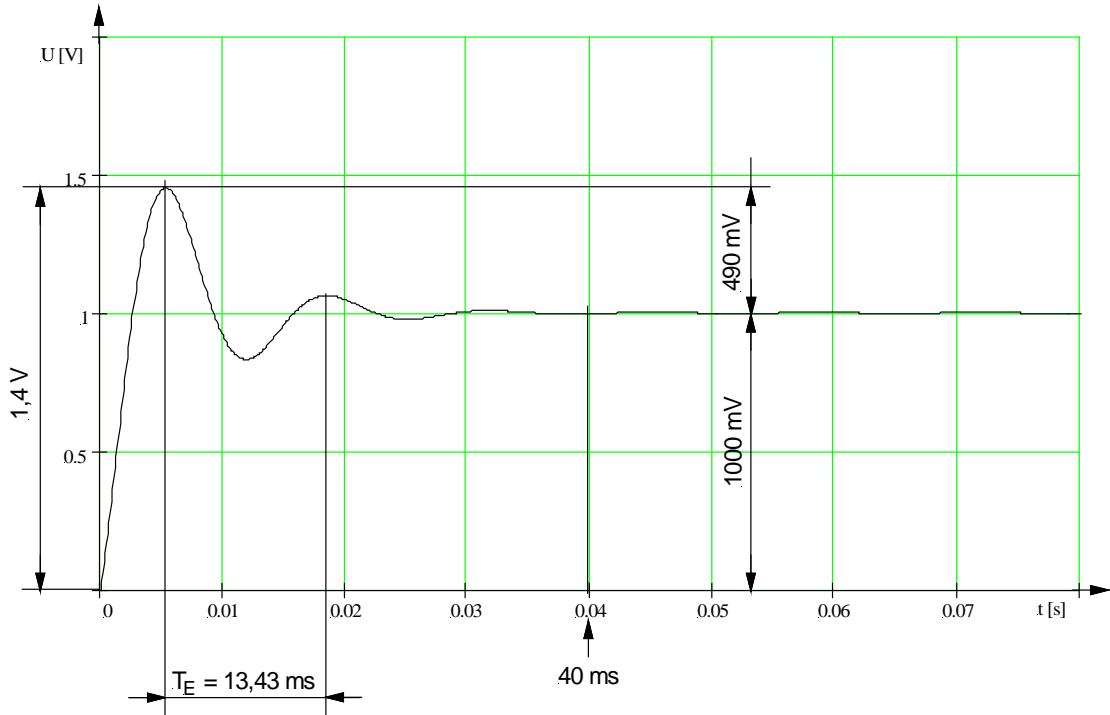
Das Ausgangssignal des Sensors wird im eingeschwungenen Zustand elektronisch abgefragt und weiterverarbeitet. Zur Bestimmung der Grenzfrequenz f_g des Sensors genügt die Kenntnis des Amplitudenganges. Die Grenzfrequenz f_g gibt an bis zu welcher Messfrequenz f_{mess} der Sensor eingesetzt werden kann um eine zulässige Messabweichung der Amplitude nicht zu überschreiten. Der Sensor darf nicht für Messfrequenzen in der Nähe seiner Eigenfrequenz f_0 eingesetzt werden, weil sich hier Amplitude und Phase stark mit der Messfrequenz ändern. Die Frequenzbandbreite des Sensors muss stets größer sein als die des zu übertragenden Messsignals.

□ Anwendungsbeispiel (EMT SS 97)

Ein elektrischer Linienschreiber wird mit einer elektrischen Sprungfunktion nach Bild 1.34 getestet.

- a) Bestimmen Sie, mit Hilfe der oben dargestellten Sprungantwort, die dynamische Ordnung.
- b) Berechnen Sie aus der oben dargestellten Sprungantwort das Dämpfungsmaß D .

- c) Berechnen Sie aus der Sprungantwort die Einschwingfrequenz f_E und die Eigenfrequenz f_0 des elektrischen Linienschreibers.
- d) Die Sprungfunktion wird zu Testzwecke durch eine Rechteckfunktion ersetzt. Wie groß muss die Erregerfrequenz der Rechteckfunktion (Tastverhältnis 1:1) mindestens sein, damit der Linienschreiber die Antwortfunktion ohne dynamische Verfälschung aufzeichnet?



Bildtext1.34: Sprungantwort des Linienschreibers

Lösungen

- a) Der elektrische Linienschreiber ist ein dynamisches System 2. Ordnung (2 Energiespeicher)
- b) Dämpfungsmaß des Linienschreibers (Daten für Rechnung aus Diagramm):

$$D = \frac{\ln\left(\frac{x_{a_0}}{x_{a_{\bar{v}}}}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{x_{a_0}}{x_{a_{\bar{v}}}}\right)\right]^2}} = \frac{\ln\left(\frac{1000mV}{490mV}\right)}{\sqrt{\pi^2 + \left[\ln\left(\frac{1000mV}{490mV}\right)\right]^2}} \approx 0,22$$

(Gl. 1.111)

- c) Einschwingfrequenz des Linienschreibers (Daten aus Diagramm):

$$f_E = \frac{1}{T_E} = \frac{1}{13,43ms} = 74,47Hz$$

(Gl. 1.112)

Eigenfrequenz (Resonanzfrequenz) des Linienschreibers

$$f_0 = \frac{f_E}{\sqrt{1-D^2}} = \frac{74,47Hz}{\sqrt{1-0,22^2}} = 76,34Hz$$

(Gl. 1.113)

- d) Erregerfunktion (Testfunktion) ist Sprungfunktion, damit:

$$f_{Err} = \frac{1}{T_{Err}} = \frac{1}{40ms} = 25Hz$$

(Gl. 1.114)